



دورة: 2022

 الديوان الوطني لامتحانات والمسابقات  
 امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
 الشعبة: تسيير واقتصاد

المدة: 03 ساعة و30 دقيقة

اختبار في مادة: الرياضيات

 على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:  
**الموضوع الأول**

التمرين الأول: (04 نقاط)

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كل حالة من الحالات التالية مع التبرير:

(1) (u<sub>n</sub>) المتالية الحسابية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بحدتها العام  $u_n = -3n+1$  حيثقيمة المجموع  $u_{2022} + \dots + u_{1955} + u_{1954}$  هي:

- (أ) -11926      (ب) -411447      (ج) 272356

(2) المتالية (v<sub>n</sub>) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ  $v_n = \frac{1}{2^{n-1}}$  هي متالية:

- (أ) هندسية      (ب) حسابية      (ج) لا حسابية ولا هندسية

(3) قيمة العدد الحقيقي  $\int_1^2 \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) dx$  هي:

- (أ)  $\frac{1}{2}$       (ب)  $\frac{3}{2}$       (ج)  $\frac{2}{3}$

(4) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $f(x) = x^2 + 6x + 4$  ، تمثيلها البياني في معلم متعامد.

محور تناظر المنحني (C) هو المستقيم ذو المعادلة :

- (أ)  $x=4$       (ب)  $x-3=0$       (ج)  $x+3=0$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

المستوى منسوب إلى معلم  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  . التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين  $f$  و  $g$  المعرفتينعلى  $\mathbb{R}$  كما يلي :  $f(x) = ax^2 + bx - 1$  و  $(C_f)$  و  $(C_g)$  التمثيلان البيانيان للدالتين العدديتين  $f$  و  $g$  المعرفتين(أ) - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $g(x) = (x+1)^2(x-1)$  حيث  $a$  و  $b$  عدوان حقيقيان.(ب) - عين العددين  $a$  و  $b$  حتى تكون  $g$  دالة أصلية لـ  $f$  على  $\mathbb{R}$ (2) تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $f(x) = (x+1)(3x-1)$ (3) - حلل العبارة  $(g(x) - f(x))$ (ب) - استنتج أن  $(C_f)$  و  $(C_g)$  يتقاطعان في ثلاثة نقاط يطلب تعبيتها.

التمرين الثالث: (40 نقاط)

$$(u_n) \text{ المتتالية الحسابية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ وأساسها } r \text{ حيث} \\ \begin{cases} u_2 + u_3 + u_4 = 21 \\ u_4 + u_5 = 20 \end{cases}$$

- (1) أ- بين أن  $u_3 = 7$  و  $r = 2$  ثم استنتج قيمة  $u_0$   
 ب- أكتب  $u_n$  بدلالة  $n$

ج- أحسب، بدلالة  $n$ ، المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{n-1}$

$$(v_n) \text{ المتتالية العددية المعرفة على } \mathbb{N} \text{ بـ: } v_n = 3 \times 2^{2n}$$

- أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,  $\frac{v_{n+1}}{v_n} = 4$  ثم استنتاج طبيعة المتتالية  $(v_n)$

ب- أحسب، بدلالة  $n$ ، المجموع  $S'_n$  حيث  $S'_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$

$$(3) \text{ نضع من أجل كل عدد طبيعي } n : w_n = \frac{2}{3} v_n$$

- أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ,  $w_n = 2^{u_n}$

$$\text{بـ- أحسب } p_n \text{ حيث, } p_n = w_0 \times w_1 \times \dots \times w_{n-1}$$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

$$f(x) = \frac{x^2 + 3x + 3}{x + 2} \text{ حيث } D = \mathbb{R} - \{-2\}$$

(C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

- (1) أ- أحسب  $f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$  ثم فسر النتيجتين بيانيا.

$$\text{بـ- أحسب } f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

- (2) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $x + 1 = y$  مقايب مائل  $L(C)$  ثم ادرس وضعية  $(C)$  بالنسبة إلى  $(\Delta)$

(3) بين أن النقطة  $(-2; -1)$  مركز تناظر  $(C)$

$$(4) \text{ أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } D, f'(x) = \frac{(x+3)(x+1)}{(x+2)^2}$$

بـ- ادرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

- (5) أكتب معادلة  $L(T)$  مماس  $(C)$  في النقطة ذات الفاصلة 0

(6) أنشئ  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(C)$

$$(7) g \text{ الدالة العددية المعرفة على } \mathbb{R} - \{-2\} \text{ تمثيلها البياني في المعلم السابق.} \\ g(x) = f(x) \text{ ، } ]-\infty; -2[ \cup [-2; 0] \cup [0; +\infty]$$

- أ- بين أن  $g$  دالة زوجية ثم تتحقق أنه من أجل كل  $x$  من

بـ- اشرح كيف يمكن إنشاء  $(C_g)$  انطلاقاً من  $(C)$  ثم أنشئه.

### الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

$$P(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - 3 \quad , \quad x$$

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،  $P(x) = (x-3)(x^2+x+1)$  ثم حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $P(x) = 0$

(2)  $(u_n)$  المتالية الهندسية التي حدها الأول  $u_0$  وأساسها  $q$  ، حيث  $u_0 = 2$  و  $u_3 - 2u_2 - 2u_1 - 3u_0 = 0$

أ- بين أن  $0 = q^3 - 2q^2 - 2q - 3$  ثم استنتج قيمة  $q$

ب- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n = 2 \times 3^n$

$$(3) \text{ نضع من أجل كل عدد طبيعي } n \quad , \quad w_n = \frac{u_n}{3^n}$$

احسب المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(4)  $(u_n)$  المتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $u_0 = -2$  و  $u_{n+1} = 5u_n + 20$

(1) أ- احسب  $u_1$  و  $u_2$

ب- تتحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} + 5 = 5(u_n + 5)$

(2) أ- برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n > -5$

ب- ادرس اتجاه تغير المتالية  $(u_n)$

(3) تعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  بـ:  $v_n = u_n + 5$

تحقق أن المتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 5 ثم اكتب عباره  $v_n$  بدلالة  $n$

(4) احسب ، بدلالة  $n$  ، المجموع  $S_n$  حيث:  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

$$V_n = \frac{1-4^n}{1-4}$$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

أجب بتصحیح أو خطأ مع التعلیل في كل حالة من الحالات التالية:

(1)  $(u_n)$  المتالية الحسابية المعرفة على  $\mathbb{N}$  حيث  $u_0 = 1$  و  $u_4 = 3$

العدد 1012 حد من حدود  $(u_n)$

(2)  $f$  و  $g$  الدالتان المعرفتان على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = (x+1)(3x-3)$  و  $g(x) = (x+1)(x^2-x-2)$

$g$  هي الدالة الأصلية للدالة  $f$  والتي تتعدم عند  $-1$

(3)  $\alpha$  عدد حقيقي. نضع :  $a = 3\alpha + 5$  ،  $b = 5\alpha + 3$  ،  $c = 7\alpha + 1$  الأعداد  $a$  ،  $b$  ،  $c$  بهذا الترتيب هي حدود متتابعة من متالية حسابية .

$$f(x) = x - 1 + \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 1}$$

(4)  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x - 1 - \frac{3x^2 + 1}{x^2 + 1}$

المستقيم ذو المعادلة  $y = x - 1$  مقارب مايل لمنحنى الدالة  $f$  عند  $+\infty$

مرین الرابع: (08 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  بـ:  $f(x) = -x + 1 + \frac{x}{(x-1)^2}$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  (1)

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  وفسّر النتيجة بيانيا.

(2) أ- بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R} - \{1\}$  ،  $f'(x) = \frac{-x(x^2 - 3x + 4)}{(x-1)^3}$

ب- بين أن  $f$  متزايدة تماما على  $[1; 0]$  ومتناقصة تماما على كل من  $[0; -\infty]$  و  $[1; +\infty]$ .

ج- شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(3) أ- بين أن ( $C_f$ ) يقبل مستقيما مقاربا مانلا ( $\Delta$ ) يطلب تعين معادلة له.

ب- أدرس وضعية ( $C_f$ ) بالنسبة إلى ( $\Delta$ ).

ج- بين أن ( $C_f$ ) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها  $\alpha$  حيث  $2,3 < \alpha < 2,4$ .

(4) أ- أكتب معادلة لـ ( $T$ ) مماس ( $C_f$ ) في النقطة ذات الفاصلة -1

ب- انشئ ( $\Delta$ ) و ( $C_f$ )

(5)  $g$  الدالة العددية المعرفة على  $[1; +\infty)$  بـ:  $g(x) = |f(x)|$  تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بين كيف يمكن إنشاء ( $C_g$ ) انطلاقا من ( $C_f$ ) ثم انشئ ( $C_g$ )